

14 - STRUCTURE LICENCE MATHÉMATIQUES 1ÈRE ANNÉE

PERIODE	INTITULE	CREDITS
Semestre 01		
1	Y4VMA1U1 - ALGÈBRE	6.0
2	Y4VMA1U2 - ANALYSE	6.0
▼	Y4VMA1U3 - CHOIX 1	6.0
1	Y4VMA131 - Mathématiques générales	6.0
1	Y4VMA132 - Physique et mesure	6.0
A	Y4VMA1U4 - HISTOIRE DES SCIENCES	6.0
2	Y4VMA1U5 - INFORMATIQUE	6.0

Semestre 02

1	Y4VMA2U3 - ESPACES VECTORIELS	6.0
1	Y4VMA2U5 - PHYSIQUE NEWTONIENNE	6.0
2	Y4VMA2U4 - FONCTIONS ET SUITES	6.0
A	Y4VMA2UE - ANGLAIS	6.0
2	Y4VMA2U1 - ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION	6.0

Les périodes :

	Enseigné en période 1 (octobre à janvier)
	Enseigné en période 2 (février à mai)
	Enseigné toute l'année (octobre à mai)

15 - DESCRIPTION LICENCE MATHÉMATIQUES 1ÈRE ANNÉE

Y4VMA1U1 Algèbre

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Nabile BOUSSAID

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)

DESCRIPTION

- Propositions logiques et opérations logiques élémentaires : connecteurs logiques ET, OU, NON, implication, équivalence. Vocabulaire associé à une implication (implication contraposée, négation d'une implication, implication réciproque, propriété caractéristique, condition nécessaire et suffisante, expressions « il faut et il suffit », « il faut », « il suffit », ...). Notions de tautologies et contradictions, tautologies classiques. Vocabulaire usuel mathématique (définition, théorème, proposition mathématiques, corollaire, lemme, ...). Tables de vérité. Prédicats et propositions logiques avec quantificateurs : quantificateurs universel et existentiel, Négation de propositions avec quantificateurs. Remarque : ceci n'est pas un chapitre sur la logique, mais une introduction aux raisonnements mathématiques.
- Ensembles : inclusion, union, intersection, produit cartésien, description par extension.
- Étude de différents types de raisonnements mathématiques : raisonnements directs, par exhaustion des cas, au cas par cas, par contraposition, par l'absurde, par analyse-synthèse, par récurrence simple, par contre-exemple.
- Applications d'un point de vue ensembliste : injection, surjection, bijection, composition.
- Utilisation des nombres complexes : Cercle trigonométrique, sinus, cosinus, tangente, formules trigonométriques. Définitions et propriétés : forme algébrique, parties réelle ou imaginaire, conjugué, module, inégalité triangulaire, représentation géométrique, équation du second degré à coefficients réels. Équations du second degré à coefficients complexes. Somme et produit des racines. Racine carrée d'un nombre complexe. Forme trigonométrique et argument d'un nombre complexe non nul. Formules de Moivre et d'Euler. Racines de l'unité, propriétés. Représentations géométriques. Application à la trigonométrie et/ou la géométrie : factorisation et linéarisation d'expressions trigonométriques.
- Relations d'équivalence. Exemples : systèmes (à venir), fonctions équivalentes, quelques exemples finis, même image par une application (on ne parlera pas de classes d'équivalence)
- Systèmes linéaires : Résolution des systèmes linéaires par la méthode du pivot de Gauss ; systèmes avec paramètre.
- Calcul matriciel élémentaire, méthode du pivot, matrices échelonnées. Indices/calculs de sommes (binôme de Newton...). Linéarité (sommes et sommes doubles), changements indices... Matrices inversibles, recherche de l'inverse d'une matrice, calcul du rang.
- Loi de composition interne : définition de groupe (neutre, inverse, associativité), commutativité, définition de corps. Exemples et contre exemples : fonctions, suites, matrices, fonctions polynomiales, complexes, additions réels, rationnels, corps fini à 2 éléments.

OBJECTIFS

S'initier au formalisme mathématique du supérieur dans les domaines de la logique mathématique et l'algèbre.

Y4VMA1U2 Analyse

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Aude DALET

Enseigné à la période 2 (février à mai)

DESCRIPTION

Propriété du corps \mathbb{R} des nombres réels : \mathbb{R} est un corps totalement ordonné archimédien, théorème de la borne supérieure (pas de construction de \mathbb{R}) Inégalités dans \mathbb{R} , valeur absolue, inégalités triangulaires, partie majorée, minorée. Techniques de majoration et de minoration : cas d'une somme, d'un produit, d'un quotient ; inégalités classiques ; majorer (minorer)

- Suites réelles : définitions formelles (cette partie fournira un cadre simple pour travailler avec les quantificateurs et écrire des définitions ainsi que des démonstrations rigoureuses) Limites, suites monotones (majorées, minorées), suites adjacentes.
- Fonctions sur \mathbb{R} à valeurs réelles :

Rappels : ensemble de définition, minoration, majoration, minimum, maximum, monotonie.

Opérations sur les fonctions, composition (domaine de définition des fonctions composées).

Limites de fonctions en un point et en l'infini (opérations algébriques sur les limites - compositions de limites).

Asymptotes horizontales ou verticales.

Continuité.

Fonctions usuelles : cosinus, sinus, tangente (formules trigonométriques), puissances. Fonctions hyperboliques.

Introduction à la dérivabilité d'une fonction. Dérivées des fonctions usuelles et opérations. Quelques démonstrations et des calculs de dérivées. On insistera sur la justification de la dérivabilité, en particulier lors de la dérivation de fonctions composées.

Fonctions réciproques : on admet à chaque fois qu'elles sont bijectives et dérivables (l'énoncé et la démonstration du théorème de la bijection seront faits au S2).

Croissances comparées. Étude de fonctions (asymptotes obliques). Fonctions négligeables, fonctions équivalentes (on donnera les équivalents classiques découlant de la dérivation). Opérations élémentaires : exemples et contre-exemples. Application au calcul de limites.

- Intégrale de Riemann d'une fonction continue sur un segment : calculs d'intégrales (Intégration par parties, changement de variable).
- Méthodes de résolution d'équations différentielles linéaires d'ordre 1 (l'ordre 2 à coefficients constants ne sera pas traité).

OBJECTIFS

Poser les bases du formalisme mathématique du supérieur dans les domaines de la logique mathématique, l'analyse réelle, et l'algèbre.

Y4VMA1U3 Choix 1

Crédits: 6.0

Est composé de :

Y4VMA131 Mathématiques générales

Y4VMA132 Physique et mesure

Y4VMA131 Mathématiques générales

Crédits: 6.0

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)
Intervenant(s) : Louis JEANJEAN

DESCRIPTION

Chapitre 1 : calculs algébriques,
Chapitre 2 : valeur absolue,
Chapitre 3 : équations du second degré à coefficients réels,
Chapitre 4 : équations et inéquations irrationnelles,
Chapitre 5 : trigonométrie ;
Chapitre 6 : nombres complexes (écriture algébrique et trigonométrique),
Chapitre 7 : généralités sur les fonctions numériques,
Chapitre 8 : notions de limites et de continuité,
Chapitre 9 : dérivation et primitivation,
Chapitre 10 : continuité, dérivabilité et bijectivité,
Chapitre 11 : fonctions logarithmes et exponentielles.

OBJECTIFS

- Donner les principaux outils du Secondaire ainsi que quelques notions nouvelles nécessaires aux unités
- Analyse et Algèbre de la première période.
- Seuls les résultats seront énoncés avec des exercices d'application pour illustrer.
- Cette unité est adaptée aux bacheliers n'ayant pas suivi la spécialité mathématique en classe de Terminale ou pour des étudiants ayant interrompus leurs études pendant une longue période.

Y4VMA132 Physique et mesure

Crédits: 6.0

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)
Intervenant(s) : Fabien PICAUD

DESCRIPTION

- Calcul d'un champ (ou potentiel) électrique créé par une charge
- Applications des lois d'Ohm et de Kirchoff dans les circuits

- Modèle de Thévenin et Norton
- Introduction aux phénomènes transitoires et à leur durée

Les étudiants devront être capables de résoudre des problèmes d'électrostatiques simples et de comprendre le fonctionnement de circuits électriques en régime continu ou transitoire.

OBJECTIFS

Ce cours de physique est destiné aux étudiants de première année de Licence de Mathématiques. Il reprend les principales lignes abordées dans les UE de Licence du parcours de Physique.

Il a pour but d'apprendre aux étudiants les bases de l'électrocinétique à l'aide d'un cours simple à utiliser. Ce cours abordera les grandeurs physiques à l'origine des courants électriques (champ et potentiel électrostatiques) avant d'être appliqué à l'étude proprement dite des circuits en régime continu et transitoire.

Y4VMA1U4 Histoire des sciences

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Hombeline LANGUEREAU

Enseigné toute l'année

DESCRIPTION

L'idée qui préside à ce cours est l'idée de modélisation :

- modélisation d'un plan ou de l'espace tri-dimensionnel avec les Eléments d'Euclide,
- mise en équation de problèmes avec l'introduction de l'inconnue x ,
- l'émergence de la notion de fonctions et des techniques du calcul infinitésimal,
- modélisation en physique à travers le mouvement d'une corde vibrante
- modélisation dans d'autres disciplines comme la médecine et la démographie.

OBJECTIFS

Donner aux étudiants des éléments d'histoire des sciences afin de leur faire comprendre que l'aspect construit de leur enseignement disciplinaire est issu d'une longue progression avec son lot d'essais, d'erreurs, de visions différentes successives.

Y4VMA1U5 Informatique

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Isabelle JACQUES

Enseigné à la période 2 (février à mai)

DESCRIPTION

Cette unité est partagée en deux parties :

La première partie a pour but d'apprendre à écrire de petits algorithmes en pseudo-code. Aucun langage n'est étudié. Au début du cours, on présente l'informatique et l'ordinateur, avec ses composants matériels et logiciels. Ensuite, on aborde la programmation : schéma séquentiel, de choix et itératif. Un devoir (sur trois) portera sur cette partie.

La deuxième partie est un perfectionnement en programmation structurée. Des structures de données plus élaborées qu'en première partie sont étudiées comme les tableaux et les variables indicées. Il s'agit de consolider les acquis de la première partie en étudiant des algorithmes classiques (tri par sélection, tri par insertion, tri à bulles). De nouveaux concepts seront introduits comme la modularité et la récursivité. Le langage utilisé lors de la mise en application est Java. Deux devoirs (sur trois) porteront sur cette partie.

OBJECTIFS

- Savoir réaliser un algorithme fiable
- Acquérir les bases de la programmation
- Appréhender un langage de programmation

Y4VMA2U3 Espaces vectoriels

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Nabile BOUSSAID

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)

DESCRIPTION

- Notion d'espace vectoriel sur un corps IK (cf les 4 exemples de corps du starter). Espaces vectoriels usuels : IK^n , $M_{n,m}(IK)$, applications d'un ensemble dans E (où E est un espace vectoriel).
- Sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels engendrés par une famille de vecteurs. Famille libre, famille génératrice, base.
- Applications linéaires, exemples généraux. Endomorphismes. Noyau et image d'une application linéaire. Forme linéaire, hyperplan.
- Espaces vectoriels de dimension finie. Matrice des coordonnées d'un vecteur dans une base, matrice d'une application linéaire dans une base. Calcul d'une base du noyau, de l'image par la méthode du pivot de Gauss. Théorème du rang.
- Changement de bases (matrices équivalentes, relation d'équivalence associée).
- Somme directe de deux sous-espaces (exemples avec des projecteurs, symétries en TD), formule de Grassmann.

OBJECTIFS

Définir la structure d'espace vectoriel, ainsi que les morphismes entre ces objets. En étudier les propriétés.

Y4VMA2U5 Physique newtonienne

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Christophe RAMSEYER

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)

DESCRIPTION

- Forces. Conditions d'équilibre d'un solide
- Cinématique du point
- Mouvement relatif. Changement de référentiel
- Dynamique du point matériel
- Travail. Énergie. Puissance. Théorème de l'énergie cinétique
- Quantité de mouvement. Moment cinétique
- Mouvements à une et à deux dimensions. Mouvement à accélération centrale.
- Les lois de la mécanique dans un référentiel non galiléen. Forces d'inertie
- L'oscillateur harmonique.
- Le mouvement képlérien. Potentiel gravitationnel
- Notion de moment d'inertie. Calcul dans des cas simples
- Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe

OBJECTIFS

- Savoir mettre en équations les mouvements d'un point matériel.
- Savoir résoudre ces équations.
- Applications sur des exemples simples (pendule, oscillateurs, mouvement à forces centrales, chocs entre deux particules, . . .).

Y4VMA2U4 Fonctions et suites

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Aude DALET

Enseigné à la période 2 (février à mai)

DESCRIPTION

1 - Suites extraites, théorème de Bolzano-Weierstrass. Suites de Cauchy, complétude de \mathbb{R} .

2 - a. Fonctions continues de \mathbb{R} dans \mathbb{R} : définition formelle, lien avec les suites.

Théorème des valeurs intermédiaires. Image d'un intervalle par une fonction continue. Théorème de la bijection (applications en TD aux fonctions trigonométriques réciproques).

2 - b. Fonctions dérivables de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , dérivabilité de la composition, dérivabilité de la réciproque.

Théorème de Rolle et des accroissements finis, applications (règle de l'Hospital).

Dérivées successives, formule de Leibniz, fonctions convexes (inégalité des pentes, caractérisation par les dérivées premières et secondes, position relative à la tangente, inégalités classiques).

Formules de Taylor-Lagrange et de Taylor-Young.

2 - c. Développements limités. Application aux calculs des limites (et en TD aux études de branches infinies : asymptotes obliques, branches paraboliques, développements asymptotiques...).

OBJECTIFS

Poursuivre l'étude de l'analyse réelle initiée au semestre 1 via la construction de résultats plus avancés sur les suites et leur convergence, ainsi que sur les fonctions continues et dérivables.

Y4VMA2UE Anglais

Crédits: 6.0

Enseigné toute l'année

DESCRIPTION

Expression écrite : remise à niveau lexicale et grammaticale en anglais. L'objectif est de réviser les bases de l'anglais (règles de prononciation, rappels grammaticaux), et de travailler la compréhension orale et écrite par l'étude de textes variés. Accès à l'internet impératif pour le cours et pour l'examen.
Cours en ligne annualisé.

OBJECTIFS

Remise à niveau en anglais.

Y4VMA2U1 Algorithmique et programmation

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Jean-Christophe LAPAYRE

Enseigné à la période 2 (février à mai)

DESCRIPTION

Cette unité propose un perfectionnement des techniques acquises dans l'unité d'informatique du semestre précédent

- 1. apprentissage du pseudo-code (langage algorithmique)
- 2. Structurer un algorithme en séquences, puis en fonctions.
- 3. Définir des types de données complexes : tableaux, structures, quelques classes...
- 4. Optimisation d'algorithmes en particulier sur les matrices, les tris, et utilisation de la récursivité
- 5. implémentation en Java

OBJECTIFS

Programmation avancée, initiation à Java.

BIBLIOGRAPHIE

- Polycopié de cours 99 pages
- Cours complémentaires : ouvrage de 155 pages complété par ouvrage d'exercices corrigés 110 pages

Tous ces documents sont en accès sur la page CTU de l'Unité

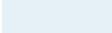
STRUCTURE LICENCE MATHÉMATIQUES 2ÈME 16 - ANNÉE

PERIODE	INTITULE	CREDITS
Semestre 03		
2	Y4VMA3U1 - ANALYSE APPLIQUÉE	6.0
2	Y4VMA3U2 - ESPACES VECTORIELS NORMÉS ET FONCTIONS VECTORIELLES	6.0
1	Y4VMA3U3 - INTÉGRALES ET SÉRIES	6.0
1	Y4VMA3U4 - POLYNÔMES ET ALGÈBRE LINÉAIRE	6.0
A	Y4VMA3U5 - TECHNIQUES MATHÉMATIQUES	6.0

Semestre 04

2	Y4VMA4U1 - GÉOMÉTRIE AFFINE ET EUCLIDIENNE	6.0
▼	Y4VMA4U2 - OUVERTURE ET PROJET PROFESSIONNEL	6.0
A	Y4VMA421 - Ateliers projets professionnels (APP)	4.0
A	Y4VMA422 - Enjeux socio-écologique	2.0
2	Y4VMA4U3 - PROBABILITÉS ÉLÉMENTAIRES	6.0
1	Y4VMA4U4 - RÉDUCTION DES ENDOMORPHISMES	6.0
1	Y4VMA4U5 - SUITES ET SÉRIES DE FONCTIONS	6.0

Les périodes :

	Enseigné en période 1 (octobre à janvier)
	Enseigné en période 2 (février à mai)
	Enseigné toute l'année (octobre à mai)

DESCRIPTION LICENCE MATHÉMATIQUES 2ÈME 17 - ANNÉE

Y4VMA3U1 Analyse appliquée

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Marie KERSALE

Enseigné à la période 2 (février à mai)

DESCRIPTION

1 - Recherche de zéros d'une fonction scalaire d'une variable réelle, notions du cas vectoriel. Théorèmes de Brouwer et de Cauchy sur le point fixe (preuves dans le cas scalaire), méthode du point fixe, de dichotomie, de la sécante et de Newton. Écriture de ces méthodes sous la forme d'algorithmes. Vitesse de convergence, estimation de l'erreur, critères d'arrêt, ordre d'un processus itératif.

2 - Éléments de l'étude théorique des équations différentielles ordinaires (EDO) scalaires. Le théorème de Cauchy-Lipschitz est admis. Pour les EDO linéaires de n'importe quel ordre on étudie la structure de l'espace des solutions et le rôle de l'équation homogène associée. La solution générale de l'équation homogène dans le cas de coefficients constants. Problème de Cauchy.

3 - Aspects numériques du problème de Cauchy : méthodes d'Euler explicite et implicite, mise en oeuvre, consistance, stabilité (sans preuves), convergence, ordre.

Méthodes de résolution exactes des EDO dans les cas suivants :

- EDO d'ordre 1 linéaires et non linéaires à variables séparables.
- EDO d'ordre 1 résolubles après changement de fonction inconnue : équations de la forme $y'(x) = f(y/x)$, équations de Bernoulli.
- EDO scalaires linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.
- EDO scalaires linéaires d'ordre 2 réductibles au premier ordre.

Si le temps le permet : Wronskien et méthode de variation de la constante pour l'ordre 2 (à voir systématiquement à l'ordre 1).

4 - Mise en pratique sous Python de la méthode de Newton et de la méthode d'Euler.

OBJECTIFS

Acquérir les notions élémentaires en analyse numérique et équations différentielles.

Y4VMA3U2 Espaces vectoriels normés et fonctions vectorielles

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Mariana HARAGUS

Enseigné à la période 2 (février à mai)

DESCRIPTION

1 - Norme sur un K -espace vectoriel ($K=\mathbb{R}$ ou \mathbb{C}), distance associée, boules, parties bornées.

- Exemples : K^n muni de la norme p (Minkowski admis pour $1 < p < \infty$), $B(X, K)$ muni de la norme infinie, $C([a, b])$ muni de la norme 1.
- Exemple des espaces préhilbertiens réels ou complexes, inégalité de Cauchy-Schwartz. Norme associée au produit scalaire. Exemples : K^n muni du produit scalaire canonique et $C([a, b])$ muni de la norme quadratique.
- Suites convergentes, de Cauchy, bornées. Continuité des applications entre espaces vectoriels normés, caractérisation séquentielle, applications lipschitziennes.
- Ouverts, fermés, stabilités ensemblistes, images réciproques de ces ensembles par les fonctions continues (les notions d'intérieur et d'adhérence ne sont pas au programme de cette UE).
- Suites extraites, valeur d'adhérence, parties compactes. Partie fermée d'un compact, tout compact d'un evn (de dimension quelconque) est fermé et borné, image continue d'un compact. Dans \mathbb{R}^n muni de la norme infinie, les compacts sont les fermés bornés (la compacité des segments de \mathbb{R} est une reformulation d'un résultat vu au S2).
- Normes équivalentes, et invariance des propriétés topologiques. Équivalence des normes en dimension finie et applications : caractérisation des compacts, convergence des suites de Cauchy, tout sous-espace de dimension finie est fermé.

2 - Dans tout ce qui suit, on se place dans des \mathbb{R} -espaces vectoriels normés de dimension finie.

- Limite d'une fonction, caractérisation séquentielle, lien avec la continuité. Applications composantes.
- Dérivabilité d'une fonction vectorielle de la variable réelle. Dérivée selon un vecteur, dérivées partielles, gradient.
- Différentiabilité, lien avec la continuité et les dérivées partielles. Matrice jacobienne, opérations sur les fonctions différentiables. Applications de classe C^1 sur un ouvert et lien avec la différentiabilité.

3 - Courbes de \mathbb{R}^n

- Courbes paramétrées, étude locale (tangente, asymptotes).
- Tracé de courbes usuelles.
- Longueur d'un arc, paramétrisation normale, intégrale curviligne.
- Courbure d'un arc en dimensions 2 et 3, repère de Frenet.

OBJECTIFS

- Introduire la topologie des espaces vectoriels normés de dimension finie et étudier ses spécificités.
- Appréhender les bases du calcul différentiel en dimension finie et étudier les courbes paramétrées dans \mathbb{R}^n .

Y4VMA3U3 Intégrales et séries

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Hombeline LANGUEREAU

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)

DESCRIPTION**1 - Séries de nombres réels ou complexes**

- Définitions, convergence et opérations, comportement du terme général (série harmonique), série télescopique. Critère de Cauchy. Exemples des séries géométrique et de Riemann.
- Convergence des séries à termes positifs, règles de comparaison, règles de Cauchy et de D'Alembert.
- Convergence absolue, produit de Cauchy.
- Séries semi-convergentes. Critère des séries alternées et majoration du reste, transformation et théorème d'Abel. Exemples.

2 - Intégration de Riemann des fonctions continues par morceaux sur un segment.

- Intégrale des fonctions en escaliers.
- Approximation (uniforme) des fonctions continues par morceaux par des fonctions en escalier.
- Définition de l'intégrale d'une fonction réelle continue par morceaux f comme borne sup des intégrales de fonctions en escaliers minorant f .
- Propriétés de l'intégrale : linéarité, positivité, relation de Chasles. Extension aux fonctions à valeurs complexes, inégalité triangulaire, cas de nullité de l'intégrale. Sommes de Riemann.
- Théorème fondamental du calcul intégral, lien entre calcul intégral et primitives pour les fonctions continues. Applications et rappels : formule d'intégration par parties et du changement de variable, formule de Taylor avec reste intégral. Formules de la moyenne et de Cauchy-Schwarz.

3 - Intégration de Riemann généralisée

- Définition, cas des intégrales faussement impropres, relation de Chasles, linéarité. Lien avec la convergence de l'intégrande en l'infini. Intégration par parties, changement de variable $C1$ et bijectif. Critère de convergence de Cauchy.
- Convergence des intégrales généralisées de fonctions positives. Comparaison série-intégrale, comparaison asymptotique.
- Convergence absolue.
- Semi-convergence, critère d'Abel (cas $C1$) et exemples.

OBJECTIFS

S'initier à l'intégrale de Riemann (généralisée), aux techniques de calcul intégrale et savoir manipuler les séries numériques.

Y4VMA3U4 Polynômes et algèbre linéaire

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Christian LE MERDY

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)

DESCRIPTION

Arithmétique des entiers et des polynômes en une indéterminée à coefficients dans un corps :

1 - Définition, division euclidienne, divisibilité, pgcd et algorithme d'Euclide. Éléments premiers entre eux, théorème de Bézout, lemme de Gauss. Congruence dans \mathbb{Z} .

2 - Nombres premiers, polynômes irréductibles (cas de $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$), lemme d'Euclide. Factorisation unique.

3 - Pour les polynômes :

- Racines, racines multiples, caractérisations, racines et factorisation. Formule de Taylor polynomiale.
- Interpolation de Lagrange.
- Fractions rationnelles, décomposition en éléments simples, méthodes de décomposition.

Déterminant :

1 - Formes linéaires sur un espace vectoriel, base duale, hyperplans.

2 - Formes p-linéaires, formes alternées. Introduction au groupe symétrique. Définitions et premières propriétés du déterminant : déterminant d'une famille de vecteurs, d'un endomorphisme, d'une matrice carrée, déterminant et volume.

3 - Méthodes de calcul du déterminant.

4 - Applications : inversibilité et inverse d'une matrice, calcul du rang, polynôme caractéristique, éléments propres (approfondis dans les UE du S4), formules de Cramer...

OBJECTIFS

Acquérir les notions spécialisées sur les applications linéaires et les polynômes.

Y4VMA3U5 Techniques mathématiques

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Antonin PROCHAZKA

Enseigné toute l'année

DESCRIPTION

Initiation à l'utilisation du langage Python et du logiciel de calcul formel Sage.

- Notions fondamentales de Python : variables, fonctions, boucles, listes, dictionnaires.
- Utilisation de modules python, notamment numpy et matplotlib
- Graphiques en Python (module matplotlib, mais pas exclusivement) : tracer des courbes dans le plan et dans l'espace.
- Notions d'algorithmique : complexité d'un algorithme (exemple : exponentiation rapide).
- Initiation à la vectorisation : utilisation du calcul vectorisé avec les fonctions du module numpy pour éviter les boucles inutiles
- Utilisation de Python, éventuellement en passant par le logiciel Sage, pour illustrer et enrichir des éléments d'algèbre et d'analyse introduits au cours de la première année de licence. Le choix de thèmes peut légèrement varier suivant les besoins spécifiques des étudiants, mais de manière indicative inclut :
 - En analyse : études et représentation de fonctions scalaires d'une variable, développements de Taylor, développements asymptotiques, application à l'étude des limites.
 - En algèbre : représentation des nombres complexes, racines de l'unité, calcul avec des polynômes, manipulation des matrices et calcul matriciel (produit matrice-vecteur, produit de deux matrices, dimensions, vérification qu'un vecteur donné est solution d'un système linéaire), résolution de systèmes linéaires.

OBJECTIFS

Initiation à l'usage de l'outil informatique pour illustrer, approfondir, tester les connaissances mathématiques acquises pendant ces trois premiers semestres de la licence.

Y4VMA4U1 Géométrie affine et euclidienne

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Quanhua XU

Enseigné à la période 2 (février à mai)

DESCRIPTION

Géométrie affine :

1. Sous-espaces affines de \mathbb{R}^n : points, vecteurs, translation (le formalisme des espaces affines ne sera pas développé dans cette unité). Exemples. Direction d'un sous-espace affine, parallélisme, intersection. Configurations de droites affines et de plans affines en dimension 2 et 3.
2. Repère cartésien, coordonnées cartésiennes, équations cartésiennes d'un sous-espace affine.
3. Barycentres, repère affine, coordonnées barycentriques, applications. Notion de convexité.
4. Applications affines. Translations, homothéties, projections / symétries affines. Écriture matricielle. Quelques théorèmes de géométrie classique dans le plan (ex. : Thalès, Ceva,...).
5. Utilisation des nombres complexes en géométrie plane.

Espaces euclidiens :

1. Rappels : produit scalaire, espace euclidien, inégalité de Cauchy-Schwarz, norme, distance, inégalité de Minkowski (démonstrations vues en S3).
2. Orthogonalité : définition, base orthonormée, procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt, supplémentaire orthogonal, projections orthogonales, symétries orthogonales.
3. Endomorphismes d'un espace euclidien : adjoint ; endomorphismes et matrices orthogonaux (isométries), endomorphismes et matrices symétriques, et positifs / définis positifs. Diagonalisation des endomorphismes symétriques (en coordination avec l'UE réduction).
4. Orientation d'un espace vectoriel réel, produit mixte, produit vectoriel, isométries directes et indirectes, mesure des angles.
5. Classification des isométries euclidiennes en dimension 2 et 3.
6. Aperçu du cas hermitien : forme hermitienne, produit scalaire hermitien, espace hermitien, adjoint, endomorphismes hermitiens, unitaires, normaux. Diagonalisation des endomorphismes hermitiens (en coordination avec l'UE réduction).

OBJECTIFS

Acquérir les notions fondamentales sur la géométrie affine dans \mathbb{R}^n et les espaces vectoriels euclidiens. Savoir les appliquer à différents problèmes mathématiques.

Y4VMA4U2 Ouverture et projet professionnel

Crédits: 6.0

Est composé de :

Y4VMA421 Ateliers projets professionnels (APP)

Y4VMA422 Enjeux socio-écologique

Y4VMA421 Ateliers projets professionnels (APP)

Crédits: 4.0

Enseigné toute l'année

Intervenant(s) : Dorota PETITJEAN

DESCRIPTION

Cette unité s'adresse sans exclusive à un public multiple : étudiants dont le projet professionnel est tourné vers l'enseignement, la fonction publique ou le secteur privé. Les différents items ci-dessous sont à décliner dans ces différents secteurs. Le travail pourra être organisé en liaison avec le portefeuille d'expérience et de compétences (PEC).

- Identifier l'environnement professionnel : organisation de la fonction publique et plus précisément du ministère de l'Éducation Nationale, connaître les différents secteurs d'activité.
- S'informer sur les métiers à travers la réalisation d'entretiens avec des professionnels ou d'enquêtes qui déboucheront sur la présentation d'un ou plusieurs métiers en rapport avec la formation suivie.
- S'initier à la démarche projet personnel et professionnel .
- Réaliser son bilan personnel .
- Cerner les enjeux du recrutement : enjeux des concours de recrutement à l'écrit et à l'oral, connaître le référentiel des compétences des métiers du professorat et de l'éducation, questions récurrentes apparaissant lors des entretiens pour un stage, une poursuite d'études ou un travail temporaire.
- Repérer ses compétences à travers l'expérience.
- Réaliser son bilan de formation, élaborer son projet de formation.
- Identifier son marché pour faciliter la recherche de stage : connaître les spécificités des établissements scolaires de l'académie (sport, handicap, ...) , trouver un stage, analyser une offre de stage.
- S'approprier les techniques de recherche d'emploi : CV et lettre de motivation
- Formaliser et communiquer sur un projet.

OBJECTIFS

Permettre à l'étudiant de s'approprier leur formation, de définir et affiner leur projet personnel et professionnel.

Y4VMA422 Enjeux socio-écologique

Crédits: 2.0

Enseigné toute l'année

Intervenant(s) : None

DESCRIPTION

A faire

OBJECTIFS

A faire

Y4VMA4U3 Probabilités élémentaires

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Jean-Jil DUCHAMPS

Enseigné à la période 2 (février à mai)

DESCRIPTION

Modélisation d'expériences aléatoires, notion d'événement et notions élémentaires sur les tribus. Espaces de probabilité.

Probabilités conditionnelles et indépendance d'événements.

Définition générale d'une variable aléatoire réelle, d'une loi de probabilité, d'une fonction de répartition.

Application au cas particulier des variables aléatoires réelles discrètes ou admettant une densité. Etude des variables aléatoires réelles classiques.

Espérance et variance d'une variable discrète ou à densité.

Enoncé et premières applications de la loi forte des grands nombres et du théorème limite central.

OBJECTIFS

Reprendre et compléter les notions de probabilités (expériences aléatoires, événements, variables aléatoires réelles, lois de probabilité, espérance, variance) vues au lycée en précisant le formalisme mathématique et en le développant à l'aide des définitions et des théorèmes vus en analyse et algèbre en L1 et L2.

Faciliter la transition avec les notations et le nouveau formalisme qui seront développés dans les cours de théorie de l'intégration et de la mesure, de calcul des probabilités et de théorie des probabilités en troisième année de licence.

Permettre à l'étudiant de L2 de développer son autonomie et sa méthodologie personnelle en l'incitant à utiliser quelques manuels universitaires de référence.

Y4VMA4U4 Réduction des endomorphismes

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Quanhua XU

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)

DESCRIPTION

1 - Diagonalisation et trigonalisation

- Sous-espaces stables, vecteurs propres, valeurs propres, sous-espaces propres.
- Polynôme caractéristique, critère de trigonalisation à l'aide du polynôme caractéristique, critère de diagonalisation à l'aide des multiplicités des valeurs propres et des dimension des sous-espaces propres.

2 - Polynômes d'endomorphismes, polynômes annulateurs, théorème de Cayley-Hamilton, polynôme minimal, lemme des noyaux, application du polynôme minimal à la diagonalisation.

3 - Réduction des endomorphismes remarquables d'un espace euclidien/hermitien (en coordination avec l'UE géométrie affine et euclidienne) : endomorphismes symétriques et orthogonaux sur \mathbb{R} , normaux sur \mathbb{C} .

4 - Sous-espaces caractéristiques, endomorphismes nilpotents, décomposition de Dunford sur \mathbb{C} , et Jordan si le temps le permet.

OBJECTIFS

Acquérir des notions fondamentales de réduction d'endomorphismes et décompositions de matrices. Savoir les appliquer à différents problèmes mathématiques.

Y4VMA4U5 Suites et séries de fonctions

Crédits: 6.0

Intervenant(s) : Alexandre NOU

Enseigné à la période 1 (octobre à janvier)

DESCRIPTION

1 - Suites de fonctions

- Convergence simple. Contre-exemples au transfert de propriétés par limite simple.
- Convergence uniforme, lien avec la convergence simple, lien avec la convergence dans l'espace normé $B(X,C)$ muni de la norme infinie.
- Critère de Cauchy uniforme, critère séquentiel.
- Préservation de propriétés par convergence uniforme : caractère borné, interversion des limites, continuité, intégrales et primitives, dérivabilité, classe C^k .
- Complément possible : théorème d'approximation polynomiale de Weierstrass

2 - Séries de fonctions

- Définition : convergence simple, absolue, uniforme. Convergence uniforme et comportement du terme général, des restes.
- Critère de Cauchy uniforme, critère uniforme des séries alternées et d'Abel. Application aux séries trigonométriques.
- Convergence normale, liens avec les autres types de convergence, contre-exemples.
- Convergence uniforme et propriétés de la somme : interversion de limites et d'intégrales, primitives terme à terme, dérivation terme à terme, classe C^k .

3 - Séries entières

- Lemme d'Abel, rayon de convergence et domaine de convergence simple d'une série entière.
- Rayon de convergence : règles de comparaisons, règles de Cauchy, de D'Alembert et formule de Cauchy-Hadamard. Rayon de convergence et opérations (somme, produit, dérivation).
- Convergence normale d'une série entière. Continuité de sa somme sur le disque ouvert de convergence, classe C -infinie sur l'intervalle ouvert de convergence.
- Fonctions développables en série entière. Opérations, lien avec la série de Taylor, développement en série entière des fonctions usuelles. Fonction exponentielle complexe.
- Complément possible : inégalités de Cauchy et théorème de Liouville.

OBJECTIFS

Acquérir et savoir utiliser les notions relatives aux suites et séries de fonctions, décrites ci-dessus. En particulier :

- savoir étudier les différents modes de convergences d'une suite ou d'une série de fonctions,
- connaître les liens avec les propriétés de la limite ou de la somme (continuité, dérivabilité),
- savoir justifier les interversions de limites, les intégrations ou dérivations terme à terme
- savoir utiliser ces notions pour étudier des exemples de suites ou séries de fonctions, notamment les séries trigonométriques et entières,
- connaître les spécificités de l'étude des séries entières (rayon, mode convergence),
- savoir trouver et utiliser des développements en séries entières.